まとめ&check

数 I

数と式

check1　$(-3x^2y)^3\times\frac{2}{3}x^4y^3$

$=-27x^6y^3\times\frac{2}{3}x^4y^3$

$=\boldsymbol{-18x^{10}y^6}$

check2　(1)　$(2x+y)(3x-4y)$

$=6x^2+(-8+3)xy-4y^2$

$=\boldsymbol{6x^2-5xy-4y^2}$

(2)　$(x+2y-3z)^2$

$=x^2+(2y)^2+(-3z)^2+2\cdot x\cdot 2y+2\cdot 2y(-3z)$

$+2(-3z)\cdot x$

$=\boldsymbol{x^2+4y^2+9z^2+4xy-12yz-6zx}$

(3)　$12x^2+10x-12$

$=2(6x^2+5x-6)$

$=\boldsymbol{2(3x-2)(2x+3)}$

$$\begin{array}{cccc} 3 & \times & -2 \longrightarrow & -4 \\ 2 & & 3 \longrightarrow & 9 \\ \hline & & & 5 \end{array}$$

check4　(1)　$|-3|-|5|=3-5=\boldsymbol{-2}$

(2)　$3-\pi<0$ であるから

$|3-\pi|=-(3-\pi)=\boldsymbol{\pi-3}$

check5　(1)　$\sqrt{(-5)^2}=|-5|=\boldsymbol{5}$

(2)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}}$

check6　両辺に 10 をかけて

$5(x+6)-2(5-x)<30$

$5x+30-10+2x<30$

$7x<10$

$\boldsymbol{x<\frac{10}{7}}$

check7　(1)　$|x-3|=7$ より　$x-3=\pm7$

$x-3=7$ より　$x=10$

$x-3=-7$ より　$x=-4$

よって　$\boldsymbol{x=-4,\ 10}$

(2)　$|3-2x|>4$

$|2x-3|>4$ より　$2x-3<-4,\ 4<2x-3$

よって　$\boldsymbol{x<-\frac{1}{2},\ \frac{7}{2}<x}$

2次関数

check8　$y=x^2+4x$

$=(x+2)^2-2^2$

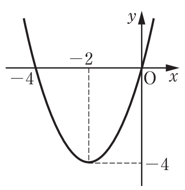
$=(x+2)^2-4$

よって，

軸は　直線 $\boldsymbol{x=-2}$

頂点は　点 $\boldsymbol{(-2,\ -4)}$

グラフは右の図。



check9　$y=-2x^2+4x+5$

$=-2(x-1)^2+7$

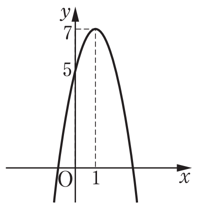
よって，軸は　直線 $\boldsymbol{x=1}$

頂点は　点 $\boldsymbol{(1,\ 7)}$

グラフは右の図。

$x=1$ のとき 最大値 **7**

最小値なし



check10　(1)　$2x^2-5x-1=0$ より

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot2(-1)}}{2\cdot2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{5\pm\sqrt{33}}{4}}$

(2)　$3x^2+4x-1=0$ より

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-3(-1)}}{3}$

$=\boldsymbol{\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}}$

check11　(1)　$2x^2-5x+1=0$

$D=(-5)^2-4\cdot2\cdot1$

$=17>0$

であるから，実数解は **2** 個

(2)　$x^2-10x+25=0$

$D=(-10)^2-4\cdot1\cdot25$

$=0$

であるから，実数解は **1** 個

(3)　$5x^2+8x+4=0$

$D=8^2-4\cdot5\cdot4$

$=-16<0$

であるから，実数解は **0** 個

check12　(1)　$x^2-2x-8=0$ を解くと

$(x+2)(x-4)=0$

$x=-2,\ 4$

よって，求める 2 次不等式の解は

$\boldsymbol{-2<x<4}$

(2)　$x^2-4x-6=0$ を解くと

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-4\cdot1\cdot(-6)}}{2}$

$=\dfrac{4\pm2\sqrt{10}}{2}$

$=2\pm\sqrt{10}$

よって，求める 2 次不等式の解は

$\boldsymbol{x<2-\sqrt{10},\ 2+\sqrt{10}<x}$

図形と計量

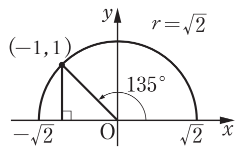
check14　$BC^2=AC^2-AB^2$

$=(\sqrt{5})^2-1^2=4$

$BC>0$ より　$BC=2$

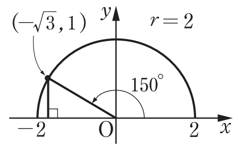
よって　$\sin A=\boldsymbol{\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$　$\cos A=\boldsymbol{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$　$\tan A=\boldsymbol{2}$

check15　(1)



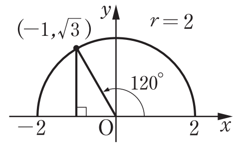
$\sin 135°=\boldsymbol{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$

(2)



$\cos 150°=\boldsymbol{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

(3)



$\tan 120°=\boldsymbol{-\sqrt{3}}$

check16　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$

$\sin\theta\geqq0$ より，$\sin\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\boldsymbol{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\div\dfrac{1}{3}=\boldsymbol{2\sqrt{2}}$

check17　(1)　$\sin(90°-A)=\cos A$，$\cos(90°-A)=\sin A$，

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ であるから

$\sin(90°-A)\cos A+\cos(90°-A)\sin A$

$=\cos^2 A+\sin^2 A$

$=\boldsymbol{1}$

(2)　$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$，$\tan(180°-\theta)=-\tan\theta$

であるから

$\sin\theta-\cos(180°-\theta)\tan(180°-\theta)$

$=\sin\theta-(-\cos\theta)(-\tan\theta)$

$=\sin\theta-\cos\theta\tan\theta$

$=\sin\theta-\cos\theta\times\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$=\sin\theta-\sin\theta$

$=\boldsymbol{0}$

check18　正弦定理により，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ であるから

$a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}=\dfrac{6\sin30°}{\sin45°}=6\times\dfrac{1}{2}\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}=3\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

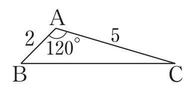
$=3\times\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\boldsymbol{3\sqrt{2}}$

check19　(1)　余弦定理により

$a^2=5^2+2^2-2\cdot5\cdot2\cos120°$

$=39$

$a>0$ より　$a=\boldsymbol{\sqrt{39}}$

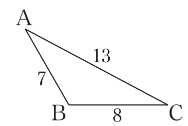


(2)　余弦定理により

$\cos B=\dfrac{7^2+8^2-13^2}{2\cdot7\cdot8}=-\dfrac{1}{2}$

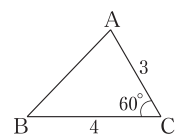
$0°<B<180°$ より

$\boldsymbol{B=120°}$



check20　$S=\dfrac{1}{2}\cdot4\cdot3\sin60°$

$=\boldsymbol{3\sqrt{3}}$



データの分析

check21　20 個のデータの総和は　454

よって平均値は　$\dfrac{454}{20}=\boldsymbol{22.7}$

中央値は　$\dfrac{23+23}{2}=\boldsymbol{23}$

最頻値は　**18**

check22　データを小さい順に並べると

6，12，14，17，18，21，23，33，34

であるから

第 1 四分位数は　$\dfrac{12+14}{2}=\boldsymbol{13}$

第 2 四分位数は　**18**

第 3 四分位数は　$\dfrac{23+33}{2}=\boldsymbol{28}$

check23　最小値は　2

第 1 四分位数は　$\dfrac{5+6}{2}=5.5$

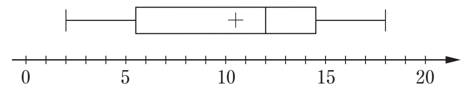
第 2 四分位数は　$\dfrac{11+13}{2}=12$

第 3 四分位数は　$\dfrac{14+15}{2}=14.5$

最大値は　18

平均値は　10.5

であるから，箱ひげ図は次の図になる。



check24　平均値　$\overline{x}=\dfrac{168+166+156+163+160+171}{6}$

$=\dfrac{984}{6}=164$ (cm)

$S^2=\dfrac{1}{6}\{(168-164)^2+(166-164)^2+(156-164)^2$

$+(163-164)^2+(160-164)^2+(171-164)^2\}$

$=\dfrac{150}{6}=25$

$S=\sqrt{25}=5$

よって，分散は **25**，標準偏差は **5 (cm)**

check25　国語の平均値　$\overline{x}=\dfrac{4+8+7+5}{4}=6$ (点)

数学の平均値　$\overline{y}=\dfrac{6+7+8+7}{4}=7$ (点)

	x	y	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
A	4	6	−2	4	−1	1	2
B	8	7	2	4	0	0	0
C	7	8	1	1	1	1	1
D	5	7	−1	1	0	0	0
計	24	28		10		2	3

$s_x=\sqrt{\dfrac{10}{4}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，$s_y=\sqrt{\dfrac{2}{4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$s_{xy}=\dfrac{3}{4}$

よって相関係数 r は

$r=\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{10}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{3}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3}{10}\sqrt{5}$

$=\boldsymbol{0.672}$

集合と論証

check26　$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ であるから

$1\in A,\ 4\in A,\ 8\notin A,\ A\supset B$

check27　(1)　$\overline{A}=\{\mathbf{2},\ \mathbf{4},\ \mathbf{6},\ \mathbf{8}\}$

(2)　$A\cap B=\{\mathbf{1},\ \mathbf{7}\}$

(3)　$\overline{A}\cup B=\{\mathbf{1},\ \mathbf{2},\ \mathbf{4},\ \mathbf{6},\ \mathbf{7},\ \mathbf{8}\}$

check29　(1)　「$x^2>0$ ならば $x>0$」は成り立たない。

（反例 $x=-1$）

「$x>0$ ならば $x^2>0$」は成り立つ。

よって　イ

(2)　$x^2+x=0$ を解くと

$x(x+1)=0$ より，$x=0,\ -1$

「$x=0\Longrightarrow x^2+x=0$」は成り立つ。

「$x^2+x=0\Longrightarrow x=0$」は成り立たない。

（反例 $x=-1$）

よって　ア

(3)　$|x|\leqq 2$ を解くと　$-2\leqq x\leqq 2$

「$-2\leqq x\leqq 2\Longrightarrow |x|\leqq 2$」と

「$|x|\leqq 2\Longrightarrow -2\leqq x\leqq 2$」がともに成り立つ。

よって　ウ

check31　逆「$\boldsymbol{ac=bc\ \Longrightarrow\ a=b}$」

偽（反例 $a=1,\ b=2,\ c=0$）

裏「$\boldsymbol{a\neq b\ \Longrightarrow\ ac\neq bc}$」

偽（反例 $a=1,\ b=2,\ c=0$）

対偶「$\boldsymbol{ac\neq bc\ \Longrightarrow\ a\neq b}$」

真

数A

場合の数と確率

check32　(1)　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=7+15-4$

$=\mathbf{18}$

(2)　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

$=24-7$

$=\mathbf{17}$

check33　大きいさいころで a，小さいさいころで b の目が出たことを $(a,\ b)$ で表すとする。

(i)　目の和が 5 になる場合

$(1,\ 4)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 2)$，$(4,\ 1)$　の 4 通り

(ii)　目の和が 10 になる場合

$(4,\ 6)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 4)$　の 3 通り

(i) と (ii) は同時には起こらないから，求める場合の数は，和の法則により

$4+3=\mathbf{7}$（通り）

check34　A 地点から B 地点へ行くための道の選び方は 3 通りあり，それぞれの選び方に対して B 地点から C 地点へ行くための道の選び方は 4 通りずつある。したがって，A 地点から B 地点を通って C 地点に行く方法は，積の法則により

$3\times 4=\mathbf{12}$（通り）

check35　(1)　異なる 6 個の文字から 3 個を取り出して 1 列に並べる方法は

${}_6\mathrm{P}_3=6\cdot 5\cdot 4=\mathbf{120}$（通り）

(2)　異なる 6 個の文字すべてを 1 列に並べる方法は

$6!=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=\mathbf{720}$（通り）

check36　(1)　5 人の円順列より

$(5-1)!=\mathbf{24}$（通り）

(2)　4 人の出し方はすべて 3 通りずつであるから

$3^4=\mathbf{81}$（通り）

check37　9 個のものから 7 個とる組合せであるから

${}_9\mathrm{C}_7={}_9\mathrm{C}_2=\dfrac{{}_9\mathrm{P}_2}{2!}=\dfrac{9\cdot 8}{2\cdot 1}=\mathbf{36}$（通り）

check38　1 が 3 個，2 が 2 個，3 が 1 個の合計 6 個並べるから

$\dfrac{6!}{3!2!1!}=\mathbf{60}$（通り）

check39　2 個のさいころを A, B とし，その目 a, b を $(a,\ b)$ と表記する。起こり得るすべての場合の数は

$6\times 6=36$（通り）

目の和が 9 になるのは

$(3,\ 6)$，$(4,\ 5)$，$(5,\ 4)$，$(6,\ 3)$　の 4 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\mathbf{\dfrac{1}{9}}$

check40　2 個とも赤である事象を A，2 個とも白である事象を B とすると，2 個とも同じ色である事象は $A\cup B$ で表される。

事象 A，B の確率を求めると

$P(A)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\dfrac{2}{15}$，$P(B)=\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\dfrac{1}{3}$

A，B は互いに排反であるから，求める確率は，加法定理により

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{2}{15}+\dfrac{1}{3}=\mathbf{\dfrac{7}{15}}$

check41　6 の倍数である事象を A，9 の倍数である事象を B とすると，6 または 9 の倍数である事象は $A\cup B$ と表される。

$A=\{6,\ 12,\ 18,\ \cdots,\ 90,\ 96\}$，$n(A)=16$

$B=\{9,\ 18,\ 27,\ \cdots,\ 90,\ 99\}$，$n(B)=11$

$A\cap B=\{18,\ 36,\ \cdots,\ 72,\ 90\}$，$n(A\cap B)=5$

であるから

$P(A)=\dfrac{16}{100}$，$P(B)=\dfrac{11}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{5}{100}$

A と B は排反でないから，求める確率は

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\dfrac{16}{100}+\dfrac{11}{100}-\dfrac{5}{100}=\mathbf{\dfrac{11}{50}}$

check42　5 枚とも裏が出る事象を A とおくと，求める事象は $\overline{A}$ となるから

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{1}{2^5}=\mathbf{\dfrac{31}{32}}$

check43　さいころを投げる試行は独立であるから，求める確率は

$\dfrac{4}{6}\times\dfrac{2}{6}=\mathbf{\dfrac{2}{9}}$

check44　1 個のさいころを投げるとき，5 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

5 回のうち，5 以上の目が 3 回出るときその確率は

${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\mathbf{\dfrac{40}{243}}$

check45　(1)　1 回目に赤球を取り出す事象を A，2 回目に赤球を取り出す事象を B とすると，求める確率は

$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{7}=\mathbf{\dfrac{5}{14}}$

(2)　求める確率は

$P(A\cap\overline{B})=P(A)\times P_A(\overline{B})=\dfrac{5}{8}\times\dfrac{3}{7}=\mathbf{\dfrac{15}{56}}$

整数の性質

check46　$(a,\ b)=(\mathbf{1},\ \mathbf{8})$，$(\mathbf{2},\ \mathbf{4})$，$(\mathbf{4},\ \mathbf{2})$，$(\mathbf{8},\ \mathbf{1})$，

$(\mathbf{-1},\ \mathbf{-8})$，$(\mathbf{-2},\ \mathbf{-4})$，$(\mathbf{-4},\ \mathbf{-2})$，$(\mathbf{-8},\ \mathbf{-1})$

check48　$300=2^2\times 3\times 5^2$

$792=2^3\times 3^2\times 11$

よって，最大公約数は　$2^2\times 3=\mathbf{12}$

最小公倍数は　$2^3\times 3^2\times 5^2\times 11=\mathbf{19800}$

check49　a を 12 で割ったときの商を q とすると，余りが 9 であるから　$a=12q+9$

このとき　$a=4(3q+2)+1$

ここで，q は整数であるから，$3q+2$ は整数である。

よって，a を 4 で割ったときの余りは　$\mathbf{1}$

check50　整数 n を 6 で割った余りで分類すると

$\boldsymbol{n=6k,\ n=6k+1,\ n=6k+2,\ n=6k+3,}$

$\boldsymbol{n=6k+4,\ n=6k+5}$（$\boldsymbol{k}$ **は整数**）

check51　$714=203\times 3+105$

$203=105\times 1+98$

$105=98\times 1+7$

$98=7\times 14$

よって，714 と 203 の最大公約数は $\mathbf{7}$

check52　$11010_{(2)}$

$=1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2+0$

$=\mathbf{26}$

$342_{(5)}$

$=3\times 5^2+4\times 5+2$

$=\mathbf{97}$

check53　(1)，(2) は既約分数である。

(1) の分母は $80=2^4\times 5$ であるから **有限小数** である。

(2) の分母は $96=2^5\times 3$ であるから **循環小数** である。

図形の性質

check54　$\mathrm{PC}=x$ とおくと，$\mathrm{BP}=6-x$

内角の二等分線と比の関係から

$\mathrm{BP}:\mathrm{PC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=4:5$

$(6-x):x=4:5$

$4x=5(6-x)$

$4x=30-5x$

$9x=30$

$x=\dfrac{10}{3}$

よって　$\mathrm{PC}=\mathbf{\dfrac{10}{3}}$

check56　チェバの定理より

$\dfrac{6}{3}\times\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\times\dfrac{3}{4}=1$

よって　$\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}=\dfrac{2}{3}$

ゆえに　$\mathrm{AQ}:\mathrm{QC}=\mathbf{3:2}$

check57　メネラウスの定理より

$\dfrac{5}{3}\times\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\times\dfrac{6}{5}=1$

よって　$\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}=\dfrac{1}{2}$

ゆえに　$\mathrm{AQ}:\mathrm{QC}=\mathbf{2:1}$

check59　$\angle\mathrm{BAD}=180^\circ-104^\circ=76^\circ$

よって　$\theta=180^\circ-(70^\circ+76^\circ)$

$=\mathbf{34^\circ}$

check61　接弦定理より

$\angle\mathrm{ACB}=60^\circ$

よって　$\theta=180^\circ-(40^\circ+60^\circ)$

$=\mathbf{80^\circ}$

check62　$\mathrm{AR}=\mathrm{AP}=4$

$\mathrm{BQ}=\mathrm{BP}=5$ より　$\mathrm{CQ}=3$

よって　$\mathrm{CR}=\mathrm{CQ}=3$

したがって

$\mathrm{AC}=\mathrm{AR}+\mathrm{CR}$

$=4+3=\mathbf{7}$

check63　(1)　方べきの定理より

$4\times 9=x\times 6$

$x=\mathbf{6}$

(2)　方べきの定理より

$3\times(3+x)=4\times 9$

$x=\mathbf{9}$

(3)　方べきの定理より

$x^2=3\times 12$

$=36$

$x>0$ より　$x=\mathbf{6}$

数II

方程式・式と証明

check64　(1)　$(x-3y)^3$

$=x^3-3\cdot x^2(3y)+3x(3y)^2-(3y)^3$

$=\boldsymbol{x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3}$

(2)　$16x^4+2xy^3$

$=2x(8x^3+y^3)$

$=\boldsymbol{2x(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)}$

check65　$(x+2)^5={}_5\mathrm{C}_0x^5+{}_5\mathrm{C}_1x^4\cdot 2+{}_5\mathrm{C}_2x^3\cdot 2^2$

$+{}_5\mathrm{C}_3x^2\cdot 2^3+{}_5\mathrm{C}_4x\cdot 2^4+{}_5\mathrm{C}_5 2^5$

$=\boldsymbol{x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32}$

check66

$$\begin{array}{r} x\ \ +2 \\ x^2-2x+2\,\big)\overline{\,x^3\qquad -2x+4} \\ \underline{x^3-2x^2+2x} \\ 2x^2-4x+4 \\ \underline{2x^2-4x+4} \\ 0 \end{array}$$

よって　　商 $\boldsymbol{x+2}$，余り $\mathbf{0}$

check67　$(1+2i)x+(2-i)y=-4+7i$

$(x+2y)+(2x-y)i=-4+7i$

$x+2y$，$2x-y$ は実数であるから

$x+2y=-4$，$2x-y=7$

よって　　$\boldsymbol{x=2}$，$\boldsymbol{y=-3}$

check68　(1)　判別式を D とおくと

$D=k^2-4k$

異なる 2 つの虚数解をもつから　　$D<0$

$k^2-4k<0$　より　　$\boldsymbol{0<k<4}$

(2)　解と係数の関係より

$\alpha+\beta=-\dfrac{3}{2}$，$\alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\boldsymbol{-\dfrac{7}{4}}$

(3)　$2x^2-4x+6=0$ とおくと

$x^2-2x+3=0$ より　　$x=1\pm\sqrt{2}\,i$

よって

$2x^2-4x+6=2\{x-(1+\sqrt{2}\,i)\}\{x-(1-\sqrt{2}\,i)\}$

$=\boldsymbol{2(x-1-\sqrt{2}\,i)(x-1+\sqrt{2}\,i)}$

check69　(1)　求める余りは

$P(2)=2^3-4\cdot2^2+5=\boldsymbol{-3}$

(2)　$P(x)=3x^3-ax^2+x+2$ とおくと

$P(-2)=3\times(-2)^3-a\times(-2)^2+(-2)+2$

$=-24-4a-2+2=-24-4a$

割り切れるためには $P(-2)=0$ となればよいから

$-24-4a=0$ より　　$\boldsymbol{a=-6}$

check70　$(x+2)(ax+b)=x^2+c$

$ax^2+(2a+b)x+2b=x^2+c$

これが x についての恒等式より

$a=1$，$2a+b=0$，$2b=c$

よって　　$\boldsymbol{a=1}$，$\boldsymbol{b=-2}$，$\boldsymbol{c=-4}$

check71　(1)　$(x^2+9)-6x=x^2-6x+9=(x-3)^2\geqq0$

よって　　$x^2+9\geqq6x$

等号が成り立つのは $x=3$ のときである。

(2)　$a>0$ より　　$\dfrac{4}{a}>0$

相加平均と相乗平均の関係より

$a+\dfrac{4}{a}\geqq2\sqrt{a\cdot\dfrac{4}{a}}=4$

等号が成り立つのは $a=\dfrac{4}{a}$，すなわち $a^2=4$ のときで，$a>0$ より，$a=2$ のときである。

図形と方程式

check72　$\mathrm{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(5+4)^2}=\boldsymbol{3\sqrt{10}}$

check73　(1)　$\left(\dfrac{2\cdot1+(-1)\cdot2}{2+1},\ \dfrac{-4\cdot1+5\cdot2}{2+1}\right)$ より

$\mathbf{(0,\ 2)}$

(2)　$\left(\dfrac{2\cdot(-1)+(-1)\cdot2}{2-1},\ \dfrac{(-4)\cdot(-1)+5\cdot2}{2-1}\right)$ より

$\mathbf{(-4,\ 14)}$

(3)　$\left(\dfrac{2+(-1)+2}{3},\ \dfrac{-4+5+5}{3}\right)$ より　　$\mathbf{(1,\ 2)}$

check74　傾きは $\dfrac{7-4}{5-2}=1$ であるから

$y-4=1\cdot(x-2)$

よって　　$\boldsymbol{y=x+2}$

check75　平行な直線は，傾きが 2 であるから

$y-4=2(x-1)$

よって　　$\boldsymbol{y=2x+2}$

垂直な直線は，傾きが $-\dfrac{1}{2}$ であるから

$y-4=-\dfrac{1}{2}(x-1)$

よって　　$\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}}$

check76　点 A(1，4) と直線 $2x-y+1=0$ の距離 d は

$d=\dfrac{|2\cdot1-4+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}}{5}}$

check77　円の中心 C は，線分 AB の中点であるから

$\dfrac{3-1}{2}=1$，$\dfrac{3+5}{2}=4$ より

C(1，4)

また，半径は　　$\mathrm{AC}=\sqrt{(1-3)^2+(4-3)^2}=\sqrt{5}$

よって求める円の方程式は

$\boldsymbol{(x-1)^2+(y-4)^2=5}$

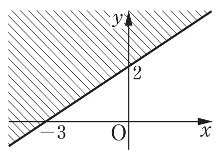
check78　$3x+(-4)y=25$ より　　$\boldsymbol{3x-4y=25}$

check79　(1)　$2x-3y+6<0$

$y>\dfrac{2}{3}x+2$

より，右の図の斜線の部分。

ただし，境界は含まない。

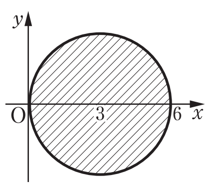


(2)　$x^2+y^2-6x\leqq0$

$(x-3)^2+y^2\leqq9$ より

右の図の斜線の部分。

ただし，境界も含む。



三角関数

check80　60° は $\dfrac{\pi}{3}$ ラジアンであるから

$l=4\times\dfrac{\pi}{3}=\boldsymbol{\dfrac{4}{3}\pi}$

$S=\dfrac{1}{2}\cdot4^2\cdot\dfrac{\pi}{3}=\boldsymbol{\dfrac{8}{3}\pi}$

check81　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{4}{5}$

θ は第 3 象限の角であるから　　$\sin\theta<0$

よって　　$\sin\theta=-\sqrt{\dfrac{4}{5}}=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$

$\tan\theta=\sin\theta\div\cos\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\div\left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{\sqrt{5}}{1}=\mathbf{2}$

check83　$\sin75^\circ=\sin(30^\circ+45^\circ)$

$=\sin30^\circ\cos45^\circ+\cos30^\circ\sin45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$

$\cos75^\circ=\cos(30^\circ+45^\circ)$

$=\cos30^\circ\cos45^\circ-\sin30^\circ\sin45^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

$\tan75^\circ=\tan(30^\circ+45^\circ)=\dfrac{\tan30^\circ+\tan45^\circ}{1-\tan30^\circ\tan45^\circ}$

$=\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{3}}+1}{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot1}=\boldsymbol{2+\sqrt{3}}$

check84　(1)　$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{8}{9}$

α は第 2 象限の角であるから　　$\sin\alpha>0$

よって　　$\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

したがって

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$=2\cdot\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\boldsymbol{-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}}$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$=2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2-1=\dfrac{2}{9}-1=\boldsymbol{-\dfrac{7}{9}}$

(2)　$\sin^2 67.5^\circ=\sin^2\dfrac{135^\circ}{2}=\dfrac{1-\cos135^\circ}{2}$

$=\dfrac{1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}}{2}=\dfrac{1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$

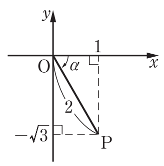
$\sin67.5^\circ>0$ より　　$\sin67.5^\circ=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$

$\cos^2 67.5^\circ=\cos^2\dfrac{135^\circ}{2}=\dfrac{1+\cos135^\circ}{2}$

$=\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}}{2}=\dfrac{1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$

$\cos67.5^\circ>0$ より　　$\cos67.5^\circ=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$

check85　$\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$ について右の図より



$\mathrm{OP}=\sqrt{1^2+(-\sqrt{3}\,)^2}$

$=2$

よって

$\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$

$=2\left\{\sin\theta\cdot\dfrac{1}{2}+\cos\theta\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}$

$=2\left\{\sin\theta\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+\cos\theta\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right\}$

$=\boldsymbol{2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)}$

指数関数・対数関数

check87　(1)　$\left(\dfrac{125}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}=\left\{\left(\dfrac{5}{2}\right)^3\right\}^{-\frac{2}{3}}=\left(\dfrac{5}{2}\right)^{-2}=\boldsymbol{\dfrac{4}{25}}$

(2)　$\sqrt{a}\times\sqrt[3]{a^2}\times\sqrt[6]{a^5}=a^{\frac{1}{2}}\times a^{\frac{2}{3}}\times a^{\frac{5}{6}}$

$=a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{5}{6}}$

$=\boldsymbol{a^2}$

(3)　$\sqrt[3]{10}\div\sqrt[6]{25}=10^{\frac{1}{3}}\div25^{\frac{1}{6}}$

$=(2\times5)^{\frac{1}{3}}\div(5^2)^{\frac{1}{6}}$

$=2^{\frac{1}{3}}\times5^{\frac{1}{3}}\div5^{\frac{1}{3}}$

$=2^{\frac{1}{3}}\times5^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}$

$=\boldsymbol{\sqrt[3]{2}}$

check88　(1)　2 つの数を 2 の累乗で表すと

$\sqrt[3]{16}=2^{\frac{4}{3}}$，$\sqrt[4]{32}=2^{\frac{5}{4}}$

指数を比較すると　　$\dfrac{5}{4}<\dfrac{4}{3}$

関数 $y=2^x$ は底が 1 より大きいから増加関数である。

したがって　　$2^{\frac{5}{4}}<2^{\frac{4}{3}}$

よって　　$\boldsymbol{\sqrt[4]{32}<\sqrt[3]{16}}$

(2)　それぞれの数を $\dfrac{1}{3}$ の累乗で表すと

$\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^1$，$\dfrac{1}{27}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$

指数を比較すると　　$1<2<3$

関数 $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ は底が 1 より小さいから減少関数である。

したがって　　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^1>\left(\dfrac{1}{3}\right)^2>\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$

よって　　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\dfrac{1}{3}\right)^2>\dfrac{1}{27}$

すなわち　　$\boldsymbol{\dfrac{1}{27}<\left(\dfrac{1}{3}\right)^2<\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}$

check89　(1)　$\log_4 M=3$

$M=4^3=\mathbf{64}$

(2)　$\log_a 32=5$

$32=a^5$

$2^5=a^5$

よって　　$\boldsymbol{a=2}$

check90　(1)　真数を比較すると　　$\sqrt{5}<3<\dfrac{7}{2}$

$y=\log_2 x$ は増加関数であるから

$\log_2\sqrt{5}<\log_2 3<\log_2\dfrac{7}{2}$

よって，小さい順に並べると

$\boldsymbol{\log_2\sqrt{5}}$，$\boldsymbol{\log_2 3}$，$\boldsymbol{\log_2\dfrac{7}{2}}$

(2)　$0=\log_{\frac{1}{3}}1$ である。

真数を比較すると　　$\dfrac{1}{9}<1<3$

$y=\log_{\frac{1}{3}}x$ は減少関数であるから

$\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}>\log_{\frac{1}{3}}1>\log_{\frac{1}{3}}3$

よって，小さい順に並べると

$\log_{\frac{1}{3}}3,\ 0,\ \log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}$

check91　(1)　$6\log_3\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}\log_3 2+\log_3\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$=\log_3(\sqrt{3})^6-\log_3 2^{\frac{1}{2}}+\log_3\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$=\log_3 3^3-\log_3\sqrt{2}+\log_3\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$=\log_3\left(\dfrac{3^3}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)=\log_3 3^2=\mathbf{2}$

(2)　$\log_2 3(\log_9 2+\log_{27}2)$

$=\log_2 3\left(\dfrac{\log_2 2}{\log_2 9}+\dfrac{\log_2 2}{\log_2 27}\right)$

$=\log_2 3\left(\dfrac{1}{2\log_2 3}+\dfrac{1}{3\log_2 3}\right)$

$=\log_2 3\times\dfrac{5}{6\log_2 3}$

$=\boldsymbol{\dfrac{5}{6}}$

check92　(1)　2^{50} の常用対数をとると

$\log_{10}2^{50}=50\log_{10}2=50\times 0.3010=15.05$

よって　　$15<\log_{10}2^{50}<16$

$\log_{10}10^{15}<\log_{10}2^{50}<\log_{10}10^{16}$

$10^{15}<2^{50}<10^{16}$

したがって，2^{50} は **16 桁**

(2)　$\log_{10}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{50}=50\log_{10}\dfrac{1}{3}$

$=50(\log_{10}1-\log_{10}3)$

$=50(0-0.4771)=-23.855$

よって　　$-24<\log_{10}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{50}<-23$

$10^{-24}<\left(\dfrac{1}{3}\right)^{50}<10^{-23}$

したがって，**小数第 24 位**にはじめて 0 でない数字が現れる。

微分と積分

check93　$f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\{2(x+h)^2+3(x+h)\}-(2x^2+3x)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h(4x+3+2h)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to 0}(4x+3+2h)=\mathbf{4x+3}$

check95　(1)　$y=\dfrac{2}{3}x^3-3x^2+5x-\dfrac{2}{5}$

$\boldsymbol{y'=2x^2-6x+5}$

(2)　$y=(2x-3)(x^2-2x+4)$

$y=2x^3-7x^2+14x-12$ より

$\boldsymbol{y'=6x^2-14x+14}$

check96　$y'=3x^2-4$ であるから，点 A における接線の傾きは $x=2$ を代入して　　8

よって接線の方程式は　　$y-3=8(x-2)$

すなわち　　$\boldsymbol{y=8x-13}$

check97　$y'=-3x^2+3=-3(x-1)(x+1)$

$y'=0$ とおくと　　$x=\pm 1$

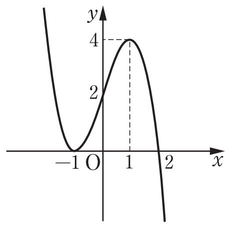
よって増減表は下のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	0	↗	4	↘

$x=-1$ のとき　極小値 **0**

$x=1$ のとき　極大値 **4**

グラフは右の図。



check99　(1)　$\displaystyle\int_{-1}^{1}(3x^2+2x-1)dx+\int_{1}^{2}(3x^2+2x-1)dx$

$\displaystyle=\int_{-1}^{2}(3x^2+2x-1)dx$

$=\Big[x^3+x^2-x\Big]_{-1}^{2}$

$=\mathbf{9}$

(2)　$\displaystyle\int_{1}^{3}(x^2+3x)dx+\int_{3}^{1}(3x-2x^2)dx$

$\displaystyle=\int_{1}^{3}(x^2+3x)dx-\int_{1}^{3}(3x-2x^2)dx$

$\displaystyle=\int_{1}^{3}\{(x^2+3x)-(3x-2x^2)\}dx$

$\displaystyle=\int_{1}^{3}3x^2\,dx=\Big[x^3\Big]_{1}^{3}=\mathbf{26}$

check100　$\displaystyle\frac{d}{dx}\int_{2}^{x}(t^2+3t+1)dt$

$=\boldsymbol{x^2+3x+1}$

check101　(1)　区間 $-1\leqq x\leqq 2$ において，$3x^2+1>0$

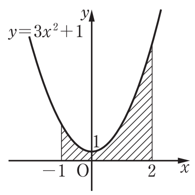
よって，求める面積 S は

$\displaystyle S=\int_{-1}^{2}(3x^2+1)dx$

$=\Big[x^3+x\Big]_{-1}^{2}$

$=10-(-2)$

$=\mathbf{12}$

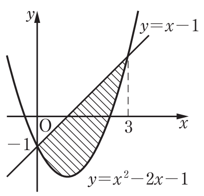


(2)　放物線 $y=x^2-2x-1$ と直線 $y=x-1$ の交点の x 座標は，方程式

$x^2-2x-1=x-1$ の実数解であるから，

$x^2-3x=x(x-3)=0$

より，$x=0,\ 3$ である。



右図より区間 $0\leqq x\leqq 3$ で $x^2-2x-1\leqq x-1$ であるから，求める面積 S は

$\displaystyle S=\int_{0}^{3}\{(x-1)-(x^2-2x-1)\}dx$

$\displaystyle=\int_{0}^{3}(-x^2+3x)dx$

$=\Big[-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3}{2}x^2\Big]_{0}^{3}$

$=\boldsymbol{\dfrac{9}{2}}$

数B

数列

check102　一般項は　　$a_n=3+(n-1)d$

$a_{20}=79$ より　　$3+19d=79$

これより　　$d=4$

よって　　$a_n=3+(n-1)\cdot 4=4n-1$

$a_{30}=119$ であるから

$S_{30}=\dfrac{1}{2}\cdot 30\cdot(a+a_{30})$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 30(3+119)=\mathbf{1830}$

check103　一般項は　　$a_n=a\cdot 3^{n-1}$

$a_4=54$ より　　$a\cdot 3^3=54$

これより　　$a=\mathbf{2}$

よって　　$a_n=2\cdot 3^{n-1}$

$S_6=\dfrac{2(3^6-1)}{3-1}=\mathbf{728}$

check104　(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k+1)(k-3)$

$\displaystyle=\sum_{k=1}^{n}(k^2-2k-3)$

$=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-2\cdot\dfrac{1}{2}n(n+1)-3n$

$=\dfrac{1}{6}n(2n^2+3n+1-6n-6-18)$

$=\boldsymbol{\dfrac{1}{6}n(2n^2-3n-23)}$

(2)　階差数列を $\{b_n\}$ とおくと

$\{a_n\}$: 1, 3, 7, 13, 21, 31, $\cdots$

$\{b_n\}$: 2, 4, 6, 8, 10, $\cdots$

$b_n=2n$

よって $n\geqq 2$ のとき

$\displaystyle a_n=1+\sum_{k=1}^{n-1}2k$

$=1+2\cdot\dfrac{1}{2}n(n-1)$

$=n^2-n+1$

$a_1=1$ より，これは $n=1$ も成り立つ。

したがって　　$\boldsymbol{a_n=n^2-n+1}$

(3)　$a_1=S_1=4$

$n\geqq 2$ のとき

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=4n^2-4(n-1)^2$

$=8n-4$　　$\cdots$①

① に $n=1$ を代入すると 4 となるから

① は $n=1$ のときも成り立つ。

よって　　$\boldsymbol{a_n=8n-4}$

check105　(1)　初項 2，公差 4 の等差数列であるから

$a_n=2+(n-1)\cdot 4$

$=\mathbf{4n-2}$

(2)　初項 3，公比 -2 の等比数列であるから

$\boldsymbol{a_n=3\cdot(-2)^{n-1}}$

(3)　$a_1=3,\ a_{n+1}=a_n+2n^2$ より

$a_{n+1}-a_n=2n^2$

よって，数列 $\{a_n\}$ の階差数列の一般項は $2n^2$ である。

したがって，$n\geqq 2$ のとき

$\displaystyle a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}2k^2=3+2\sum_{k=1}^{n-1}k^2$

$=3+2\cdot\dfrac{1}{6}(n-1)n(2n-1)$

$=\dfrac{1}{3}(2n^3-3n^2+n+9)$

$a_1=\dfrac{1}{3}(2\cdot 1^3-3\cdot 1^2+1+9)=3$ であるから，$n=1$ のときも成り立つ。

ゆえに　　$\boldsymbol{a_n=\dfrac{1}{3}(2n^3-3n^2+n+9)}$

check106　$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$　$\cdots$①　とおく。

〔1〕　$n=1$ のとき

左辺 $=1$，右辺 $=1^2=1$

よって，① は $n=1$ のとき成り立つ。

〔2〕　① が $n=k$ のとき成り立つと仮定すると，

$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$

この両辺に $2(k+1)-1$ を加えると

左辺 $=1+3+5+\cdots+(2k-1)+\{2(k+1)-1\}$

右辺 $=k^2+\{2(k+1)-1\}=k^2+(2k+2-1)$

$=k^2+2k+1=(k+1)^2$

これは ① が $n=k+1$ のときにも成り立つことを示す。

〔1〕，〔2〕より，すべての自然数 n に対して ① は成り立つ。

ベクトル

check108　$\dfrac{1}{2}(\vec{b}-3\vec{x})=\dfrac{1}{4}(\vec{a}+\vec{x})$

$2(\vec{b}-3\vec{x})=\vec{a}+\vec{x}$

$2\vec{b}-6\vec{x}=\vec{a}+\vec{x}$

$-7\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b}$

$\boldsymbol{\vec{x}=\dfrac{-\vec{a}+2\vec{b}}{7}}$

check109　$\vec{a}+\vec{b}=(-1,\ 4)$ より

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\boldsymbol{\sqrt{17}}$

check110　$\vec{a}\parallel\vec{b}$ より，$\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k がある。

よって

$(x,\ 3)=k(2,\ -1)$

これより　　$x=2k,\ 3=-k$

したがって　　$k=-3,\ x=\mathbf{-6}$

check111　$\mathrm{D}(x,\ y)$ とおく。

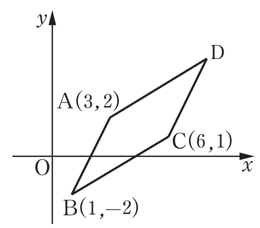
$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ より

$(5,\ 3)=(x-3,\ y-2)$

$\begin{cases}x-3=5\\ y-2=3\end{cases}$

よって　　$x=8,\ y=5$

ゆえに　　$\mathrm{D}(\mathbf{8,\ 5})$



check112　(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}=6\times(-1)+x\times 3=3x-6=0$

よって　　$x=\mathbf{2}$

(2)　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

$$= \frac{-1\cdot 2+3(-1)}{\sqrt{(-1)^2+3^2}\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$
$$= \frac{-5}{\sqrt{10}\sqrt{5}}$$
$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より　　$\boldsymbol{\theta = 135°}$

check113　内分 $\vec{p} = \dfrac{3\times\vec{a}+4\times\vec{b}}{4+3} = \boldsymbol{\dfrac{3\vec{a}+4\vec{b}}{7}}$

外分 $\vec{q} = \dfrac{-3\times\vec{a}+4\vec{b}}{4-3} = \boldsymbol{-3\vec{a}+4\vec{b}}$

check114　$\overrightarrow{AB} = (3,\ 1)$，$\overrightarrow{AC} = (2,\ 6)$ より

$S = \dfrac{1}{2}|3\cdot 6-1\cdot 2| = \mathbf{8}$

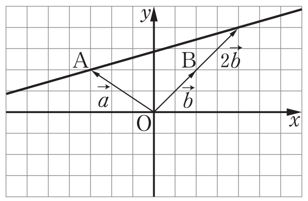
check115　(1)　$(x,\ y) = (3,\ -1)+t(2,\ 3)$ より

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 3+2t} \\ \boldsymbol{y = -1+3t} \end{cases}$$

t を消去すると　　$\boldsymbol{3x-2y-11 = 0}$

(2)　$\vec{p} = (1-t)\vec{a}+t(2\vec{b})$ であるから

点 P は $\vec{a}$ の終点と $2\vec{b}$ の終点を通る直線を動く。



check116　$\overrightarrow{AD} = (-2,\ 6,\ t-2)$，$\overrightarrow{AB} = (6,\ 2,\ -3)$，

$\overrightarrow{AC} = (4,\ -2,\ 1)$

4 点が同一平面上にあるとき

$\overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$ となる実数 m，n がある。

$$(-2,\ 6,\ t-2) = m(6,\ 2,\ -3)+n(4,\ -2,\ 1)$$
$$= (6m+4n,\ 2m-2n,\ -3m+n)$$

よって　　$-2 = 6m+4n$, $6 = 2m-2n$, $t-2 = -3m+n$

これを解いて　　$m = 1$，$n = -2$，$\boldsymbol{t = -3}$

check117　球の半径は

$\mathrm{AB} = \sqrt{(6-4)^2+(-1-0)^2+(-2+4)^2} = 3$

よって求める球の方程式は

$$\boldsymbol{(x-6)^2+(y+1)^2+(z+2)^2 = 9}$$