

数 I

数と式

1. 指数法則

$m, n$  が正の整数のとき  
 $a^m a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, (ab)^n = a^n b^n$

▶check 1  $(-3x^2y)^3 \times \frac{2}{3}x^4y^3$  を計算せよ。

2. 乗法公式・因数分解の公式

- (1)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (2)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (3)  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- (4)  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- (5)  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
- (6)  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$   
〔因数分解では左辺と右辺を入れ替え〕

▶check 2 (1)  $(2x+y)(3x-4y)$  を展開せよ。

(2)  $(x+2y-3z)^2$  を展開せよ。

(3)  $12x^2+10x-12$  を因数分解せよ。

3. 実数の分類

実数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \\ \text{有限小数} \\ \text{循環小数} \end{array} \right. \\ \text{無理数} \cdots \text{循環しない無限小数} \end{array} \right\} \text{無限小数}$

4. 絶対値

- (1)  $a \geq 0$  のとき  $|a| = a$   
 $a < 0$  のとき  $|a| = -a$
- (2)  $a, b$  を実数とすると  
 $|a| \geq 0$   $|a| = 0$  は  $a = 0$  のときに限る。  
 $|-a| = |a|, |a|^2 = a^2, |ab| = |a||b|$   
 $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$  ただし,  $b \neq 0$

▶check 4 次の値を求めよ。

(1)  $|-3| - |5|$

(2)  $|3-\pi|$

5. 平方根

実数  $a$  に対して  $\sqrt{a^2} = |a|$   
 $a > 0, b > 0$  のとき  
[1]  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$  [2]  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$   
 $m > 0, a > 0$  のとき  $\sqrt{m^2a} = m\sqrt{a}$

▶check 5 (1)  $\sqrt{(-5)^2}$  の値を求めよ。

(2)  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$  の分母を有理化せよ。

6. 不等式の性質

- (1)  $a < b \Rightarrow a+c < b+c, a-c < b-c$
- (2)  $a < b, c > 0 \Rightarrow ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- (3)  $a < b, c < 0 \Rightarrow ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$   
(記号  $\Rightarrow$  は, 「ならば」を表す。)

▶check 6 不等式  $\frac{x+6}{2} - \frac{5-x}{5} < 3$  を解け。

7. 絶対値と方程式・不等式 ( $a > 0$ )

$|x| = a$  の解は  $x = \pm a$   
 $|x| < a$  の解は  $-a < x < a$   
 $|x| > a$  の解は  $x < -a$  または  $a < x$

▶check 7 次の方程式・不等式を解け。

(1)  $|x-3| = 7$

(2)  $|3-2x| > 4$

2 次関数

8.  $y = a(x-p)^2 + q$  のグラフ

$y = ax^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動した放物線である。  
軸は直線  $x = p$ , 頂点は点  $(p, q)$

▶check 8 2 次関数  $y = x^2 + 4x$  のグラフの軸と頂点を求め, そのグラフをかけ。

9.  $y = a(x-p)^2 + q$  の最大・最小

- (i)  $a > 0$  ならば,  $x = p$  で最小値  $q$
- (ii)  $a < 0$  ならば,  $x = p$  で最大値  $q$

▶check 9 2 次関数  $y = -2x^2 + 4x + 5$  のグラフの軸と頂点を求め, そのグラフをかけ。また, 最大値, 最小値があればそれを求めよ。

10. 2 次方程式の解の公式

2 次方程式  $ax^2+bx+c=0$  の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2 次方程式  $ax^2+2b'x+c=0$  の解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

▶check 10 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $2x^2-5x-1=0$

(2)  $-3x^2-4x+1=0$

11. 2 次方程式の実数解の個数

2 次方程式  $ax^2+bx+c=0$  の判別式  $b^2-4ac$  を  $D$  とすると

$D>0 \iff$  異なる 2 つの実数解をもつ

$D=0 \iff$  1 つの実数解 (重解) をもつ

$D<0 \iff$  実数解をもたない

$D\geq 0 \iff$  実数解をもつ

▶check 11 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1)  $2x^2-5x+1=0$

(2)  $x^2-10x+25=0$

(3)  $5x^2+8x+4=0$

12. 2 次不等式の解 ( $D>0$ )

2 次方程式  $ax^2+bx+c=0$  が 2 つの解  $\alpha, \beta$  をもつとき,  $a>0, \alpha<\beta$  ならば

$ax^2+bx+c>0$  の解は  $x<\alpha, \beta<x$

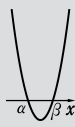
$ax^2+bx+c<0$  の解は  $\alpha<x<\beta$

▶check 12 次の 2 次不等式を解け。

(1)  $x^2-2x-8<0$

(2)  $x^2-4x-6>0$

13. 2 次不等式の解 ( $a>0$  のとき)

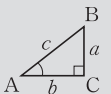
| $D=b^2-4ac$<br>の符号      | $D>0$                                                                                | $D=0$                                                                                 | $D<0$                                                                                 |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $ax^2+bx+c=0$<br>の解     | 異なる<br>2 つの<br>実数解<br>$\alpha, \beta$<br>( $\alpha<\beta$ )                          | 1 つの<br>実数解<br>$\alpha$ (重解)                                                          | 実数解<br>なし                                                                             |
| $y=ax^2+bx+c$<br>のグラフ   |  |  |  |
| $ax^2+bx+c>0$<br>の解     | $x<\alpha,$<br>$\beta<x$                                                             | $\alpha$ 以外の<br>すべての<br>実数                                                            | すべての<br>実数                                                                            |
| $ax^2+bx+c<0$<br>の解     | $\alpha<x<\beta$                                                                     | なし                                                                                    | なし                                                                                    |
| $ax^2+bx+c\geq 0$<br>の解 | $x\leq \alpha,$<br>$\beta\leq x$                                                     | すべての<br>実数                                                                            | すべての<br>実数                                                                            |
| $ax^2+bx+c\leq 0$<br>の解 | $\alpha\leq x\leq \beta$                                                             | $x=\alpha$                                                                            | なし                                                                                    |

図形と計量

14. 正弦・余弦・正接

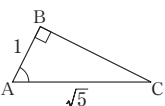
$$\sin A=\frac{a}{c}, \cos A=\frac{b}{c}, \tan A=\frac{a}{b}$$

$$a=c\sin A, b=c\cos A, a=b\tan A$$



▶check 14 右の直角三角形において,

$\sin A, \cos A, \tan A$  の値を求めよ。

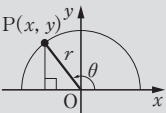


15. 三角比の拡張

$0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$  の角  $\theta$  について

$$\sin\theta=\frac{y}{r}, \cos\theta=\frac{x}{r},$$

$$\tan\theta=\frac{y}{x}$$



▶check 15 次の三角比の値を求めよ。

(1)  $\sin 135^\circ$

(2)  $\cos 150^\circ$

(3)  $\tan 120^\circ$

16. 三角比の相互関係

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

▶check 16  $0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ, \cos\theta=\frac{1}{3}$  のとき,  $\sin\theta,$

$\tan\theta$  の値を求めよ。

17.  $90^\circ-\theta, 180^\circ-\theta$  の三角比

$$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$$

$$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$$

$$\tan(90^\circ-\theta)=\frac{1}{\tan\theta}$$

$$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$$

$$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$$

$$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$$

▶check 17 次の式を簡単にせよ。

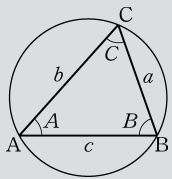
(1)  $\sin(90^\circ-A)\cos A+\cos(90^\circ-A)\sin A$

(2)  $\sin\theta - \cos(180^\circ - \theta)\tan(180^\circ - \theta)$

18. 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$R$  は  $\triangle ABC$  の外接円の半径



▶check 18  $\triangle ABC$  において、 $b = 6$ 、 $A = 30^\circ$ 、 $B = 45^\circ$  のとき、 $a$  を求めよ。

19. 余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

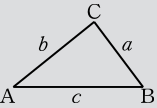
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



▶check 19 (1)  $\triangle ABC$  において、 $b = 5$ 、 $c = 2$ 、 $A = 120^\circ$  のとき、 $a$  の値を求めよ。

(2)  $\triangle ABC$  において、 $a = 8$ 、 $b = 13$ 、 $c = 7$  のとき、 $B$  の値を求めよ。

20. 三角形の面積

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$$

▶check 20  $\triangle ABC$  において、 $a = 4$ 、 $b = 3$ 、 $C = 60^\circ$  のとき、面積  $S$  を求めよ。

データの分析

21. 代表値

平均値  $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$   
中央値 小さい順に並べたとき、中央の順位にくる値  
最頻値 度数分布表に整理したとき、度数が最も大きい階級の階級値

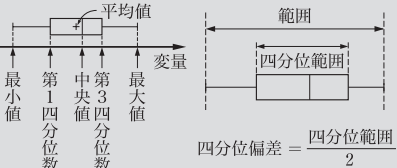
▶check 21 次のデータを小さい順に並べたものである。平均値、中央値、最頻値を求めよ。  
13, 14, 17, 18, 18, 18, 18, 21, 22, 23,  
23, 25, 25, 26, 27, 28, 28, 30, 30, 30

22. 四分位数

データの値の個数が  $2n$ 、もしくは  $2n+1$  のとき、データを小さい順に並べかえて  
第 1 四分位数……最小値を含む方の  $n$  個のデータの中央値  
第 2 四分位数……中央値  
第 3 四分位数……最大値を含む方の  $n$  個のデータの中央値

▶check 22 次のデータの第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数を求めよ。  
12, 33, 17, 23, 21, 6, 14, 34, 18

23. 箱ひげ図



▶check 23 次のデータの箱ひげ図をかけ。  
2, 5, 6, 11, 13, 14, 15, 18

24. 分散  $s^2$  と標準偏差  $s$

分散  $s^2$  は  
$$s^2 = \frac{1}{n}\{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2\}$$

標準偏差  $s$  は分散の正の平方根

▶check 24 次のデータは、ある高校の 6 人の身長である。  
168 166 156 163 160 171 (単位 cm)  
この 6 人の身長の分散と標準偏差を求めよ。

25. データの相関

正の相関:  $x$  と  $y$  の値で一方が増加すると他方も増加  
負の相関:  $x$  と  $y$  の値で一方が増加すると他方が減少

$x, y$  の相関係数  $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \cdots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \}$$
$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \}}$$
$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n} \{ (y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \cdots + (y_n - \bar{y})^2 \}}$$

▶check 25 下の表は 4 人の生徒の国語と数学のテストの得点である。

|       | A | B | C | D |
|-------|---|---|---|---|
| 国語(点) | 4 | 8 | 7 | 5 |
| 数学(点) | 6 | 7 | 8 | 7 |

国語の得点と数学の得点の相関係数を、 $\sqrt{5} = 2.24$  として計算せよ。

集合と論証

26. 部分集合

$x \in A$  ならば  $x \in B$  のとき、 $A$  を  $B$  の部分集合といい、 $A \subset B$  または  $B \supset A$  で表す。

▶check 26 12 の正の約数全体の集合を  $A, B = \{2, 3, 6\}$  とするとき、□の中に、 $\in, \notin, \subset, \supset$  のいずれかの記号を入れよ。

$1 \square A, \quad 4 \square A, \quad 8 \square A, \quad A \square B$

27. 共通部分、和集合と補集合

$A$  と  $B$  の共通部分は  
 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ かつ } x \in B\}$   
 $A$  と  $B$  の和集合は  
 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ または } x \in B\}$   
 $A$  の補集合は  $\overline{A} = \{x | x \in U \text{ かつ } x \notin A\}$

▶check 27  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  を全体集合とし、その部分集合を  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 4, 7, 8\}$  とする。このとき、次の集合を求めよ。  
(1)  $\overline{A}$                       (2)  $A \cap B$                       (3)  $\overline{A} \cup B$

28. ド・モルガンの法則 (集合)

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

29. 必要条件と十分条件

- ①  $p \implies q$  が成り立つとき  
 $p$  は  $q$  の十分条件,  $q$  は  $p$  の必要条件
- ②  $p \iff q$  が成り立つとき  
 $p$  は  $q$  の必要十分条件,  $q$  は  $p$  の必要十分条件  
(または、 $p$  と  $q$  は同値であるという)

▶check 29 次の [                      ] にあてはまる適切な文を下のア、イ、ウから選び、記号で答えよ。

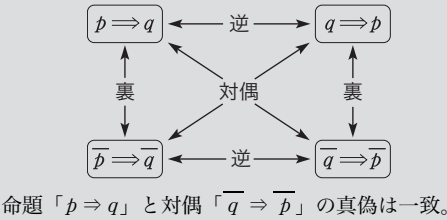
- ア. 十分条件であるが、必要条件ではない  
イ. 必要条件であるが、十分条件ではない  
ウ. 必要十分条件である

- (1)  $x^2 > 0$  は  $x > 0$  であるための [                      ]  
(2)  $x = 0$  は  $x^2 + x = 0$  の [                      ]  
(3)  $-2 \leq x \leq 2$  は  $|x| \leq 2$  であるための [                      ]

30. ド・モルガンの法則 (論証)

$$\overline{p \text{ かつ } q} \iff \overline{p} \text{ または } \overline{q}$$
$$\overline{p \text{ または } q} \iff \overline{p} \text{ かつ } \overline{q}$$

31. 命題の逆・裏・対偶



▶check 31 次の命題の逆、裏および対偶をつくり、その真偽を答えよ。  
「 $a = b \implies ac = bc$ 」

数A

場合の数と確率

32. 和集合・補集合の要素の個数

- (1)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
とくに、 $A \cap B = \phi$  のとき  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$   
(2)  $n(\overline{A}) = n(U) - n(A)$

▶check 32 全体集合  $U$  の部分集合  $A, B$  があり  
 $n(U) = 24, n(A) = 7, n(B) = 15, n(A \cap B) = 4$   
である。このとき、次の値を求めよ。  
(1)  $n(A \cup B)$                       (2)  $n(\overline{A})$

33. 和の法則

2つのことがら  $A, B$  について、これらは同時には起こらないとする。 $A$  の起こり方が  $m$  通り、 $B$  の起こり方が  $n$  通りあるとき、 $A$  または  $B$  の起こる場合の数は、 $m + n$  通りである。

▶check 33 大小 2 個のさいころを投げるとき、目の和が 5 または 10 になる場合は何通りあるか。

34. 積の法則

2つのことがら  $A, B$  について,  $A$  の起こり方が  $m$  通りあり, そのおのおの起こり方に対して  $B$  の起こり方が  $n$  通りあるとき,  $A, B$  がともに起こる場合の数は,  $m \times n$  通りである。

▶check 34 A 地点から B 地点へ行くのに 3 つの道があり, B 地点から C 地点へ行くのに 4 つの道がある。A 地点から B 地点を通して C 地点に行く方法は何通りあるか。



35. 順列

$n$  個の異なるものから,  $r$  個とった順列の総数は
$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$
とくに  ${}_nP_n = n!, {}nP_0 = 1$

▶check 35 6 個の文字 A, B, C, D, E, F がある。このとき, 次の並べ方は何通りあるか。  
(1) 3 個を取り出して 1 列に並べる

(2) 6 個すべてを 1 列に並べる

36. 円順列と重複順列

$n$  個のものの円順列の総数は  $(n-1)!$   
 $n$  個のものから  $r$  個とった重複順列の総数は  $n^r$

▶check 36 (1) 5 人が円形に並ぶとき, 何通りの並び方があるか。

(2) 4 人がじゃんけんをするとき, その出し方は何通りあるか。

37. 組合せ

$n$  個の異なるものから  $r$  個とった組合せの総数は
$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}{r(r-1)(r-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}$$
$$= \frac{n!}{r!(n-r)!}$$
とくに  ${}_nC_0 = {}nC_n = 1, {}nC_r = {}nC_{n-r}$

▶check 37 9 種類のパンから 7 種類を選ぶ方法は何通りあるか。

38. 同じものを含む順列

a が  $p$  個, b が  $q$  個, c が  $r$  個,  $\cdots$  の合計  $n$  個のものをすべて並べる並べ方の総数は
$$\frac{n!}{p!q!r! \cdots}$$
ただし,  $p+q+r+\cdots = n$

▶check 38 1, 1, 1, 2, 2, 3 の 6 個の数字をすべて並べてできる 6 桁の整数の個数を求めよ。

39. 事象の確率

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こり得るすべての場合の数}}$$

▶check 39 2 個のさいころを同時に投げるとき, 目の和が 9 になる確率を求めよ。

40. 確率の基本性質

- (1) 任意の事象  $A$  に対して  $0 \leq P(A) \leq 1$
- (2) 全事象  $U$  の確率  $P(U) = 1$
- (3) 空事象  $\phi$  の確率  $P(\phi) = 0$
- (4) 事象  $A$  と  $B$  が排反事象のとき
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (\text{加法定理})$$

▶check 40 赤球 4 個と白球 6 個が入っている袋から, 同時に 2 個の球を取り出すとき, それらが同じ色である確率を求めよ。

41. 和事象の確率

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

▶check 41 1 から 100 までの番号を 1 つずつ書いた 100 枚のカードがある。この中から, 1 枚のカードを引くとき, その番号が 6 の倍数または 9 の倍数である確率を求めよ。

42. 余事象の確率

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

▶check 42 5 枚の硬貨を同時に投げるとき, 少なくとも 1 枚は表が出る確率を求めよ。

43. 独立な試行の確率

2 つの試行  $T_1, T_2$  が独立であるとき,  $T_1$  で事象  $A$  が起こり,  $T_2$  で事象  $B$  が起こる確率は
$$P(A) \times P(B)$$

▶check 43 さいころを続けて 2 回投げるとき, 1 回目に 4 以下の目が出て, 2 回目に 5 以上の目が出る確率を求めよ。

44. 反復試行の確率

ある試行において, 事象  $A$  が起こる確率を  $p$ , その余事象の確率を  $q = 1 - p$  とする。この試行を  $n$  回くり返す反復試行において, 事象  $A$  がちょうど  $r$  回起こる確率は

$${}_nC_rp^rq^{n-r} \quad (r = 0, 1, 2, \cdots, n)$$
ただし,  $p^0 = 1, q^0 = 1$  とする。

▶check 44 1 個のさいころを 5 回投げるとき, 5 以上の目がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

45. 条件つき確率と確率の乗法定理

事象  $A$  が起こったときに事象  $B$  が起こる条件つき確率  $P_A(B)$  は

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$
$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

- ▶check 45 赤球 5 個と白球 3 個が入った袋から、1 個ずつ 2 回続けて球を取り出すとき、次の確率を求めよ。  
ただし、取り出した球は戻さないものとする。
- (1) 2 回とも赤球を取り出す確率

- (2) 1 回目に赤球、2 回目に白球を取り出す確率

整数の性質

46. 約数と倍数

整数  $a$  と 0 でない整数  $b$  に対して  $a = bc$  となる整数  $c$  が存在するとき、 $b$  を  $a$  の約数、 $a$  を  $b$  の倍数という。

- ▶check 46  $ab = 8$  を満たす整数  $a, b$  の組をすべて求めよ。

47. 倍数の判定法

- 2 の倍数：一の位が 0, 2, 4, 6, 8  
3 の倍数：各位の数の和が 3 の倍数  
4 の倍数：下 2 桁が 4 の倍数  
5 の倍数：一の位が 0, 5  
6 の倍数：2 の倍数かつ 3 の倍数  
8 の倍数：下 3 桁が 8 の倍数  
9 の倍数：各位の数の和が 9 の倍数

48. 最大公約数と最小公倍数

正の整数  $a, b$  の最大公約数を  $g$ 、最小公倍数を  $l$  とする。

- (1)  $a = a'g, b = b'g$  ( $a'$  と  $b'$  は互いに素)  
(2)  $l = a'b'g$   
(3)  $gl = ab$

- ▶check 48 300 と 792 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

49. 除法の性質

整数  $a$  を正の整数  $b$  で割ったときの商を  $q$ 、余りを  $r$  とすると

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

- ▶check 49  $a$  は 12 で割ると 9 余る整数であるとき、 $a$  を 4 で割った余りを求めよ。

50. 整数の分類

すべての整数は正の整数  $m$  で割ったときの余りで分類できる。

$$mk, mk + 1, mk + 2, \dots, mk + (m - 1)$$

( $k$  は整数)

- ▶check 50 整数  $n$  を 6 で割った余りによって分類すると、どのように表すことができるか。

51. 互除法の原理

$a$  を  $b$  で割ったときの商を  $q$ 、余りを  $r$  とすると  $r \neq 0$  のとき

$a$  と  $b$  の最大公約数と、 $b$  と  $r$  の最大公約数は等しい。

$r = 0$  のとき

$a$  と  $b$  の最大公約数は  $b$  である。

※互除法の原理をくり返し用いることによって最大公約数を求める方法をユークリッドの互除法という。

- ▶check 51 ユークリッドの互除法を用いて 714 と 203 の最大公約数を求めよ。

52.  $n$  進法

たとえば 5 桁の  $n$  進法で表された数  $a_1a_2a_3a_4a_5(n)$  は、 $a_i$  が 0, 1,  $\dots$ ,  $n - 1$  のいずれかの整数を表すとする

$$a_1a_2a_3a_4a_5(n)$$
$$= a_1 \times n^4 + a_2 \times n^3 + a_3 \times n^2 + a_4 \times n + a_5$$

- ▶check 52 2 進法で表された 11010(2)、5 進法で表された 342(5) をそれぞれ 10 進法で表せ。

53. 既約分数が有限小数となる条件

分母の素因数が 2 と 5 だけである  $\iff$  有限小数

- ▶check 53 次の分数は有限小数となるか循環小数となるか答えよ。

- (1)  $\frac{29}{80}$  (2)  $\frac{13}{96}$

図形の性質

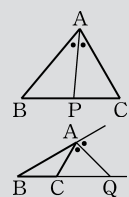
54. 内角, 外角の二等分線と比

$\triangle ABC$  の  $\angle A$  の二等分線と対辺  $BC$  との交点を  $P$  とすると

$$BP:PC = AB:AC$$

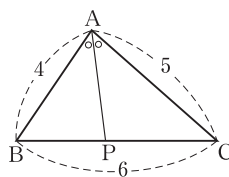
$\triangle ABC$  の頂点  $A$  における外角の二等分線と対辺  $BC$  の延長との交点を  $Q$  とすると

$$BQ:QC = AB:AC$$



▶check 54  $\triangle ABC$  において,

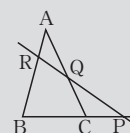
$AB, BC, CA$  の長さをそれぞれ 4, 6, 5 とする。 $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  との交点を  $P$  とするとき,  $PC$  の長さを求めよ。



57. メネラウスの定理

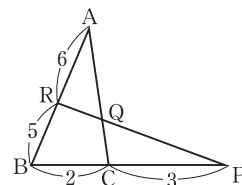
ある直線が  $\triangle ABC$  の辺  $BC, CA, AB$ , またはその延長と, それぞれ点  $P, Q, R$  で交わる時

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$



▶check 57 右の図において,

$AQ:QC$  を求めよ。

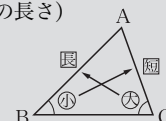


58. 三角形の辺の大小と角の大小

- (1) 三角形の 3 辺の長さの関係  
(2 辺の長さの和) > (他の 1 辺の長さ)
- (2) 三角形の辺と角の大小関係

$\triangle ABC$  において

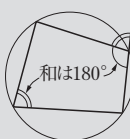
$$AB > AC \iff \angle C > \angle B$$



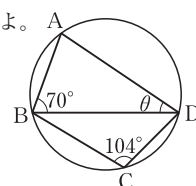
59. 円に内接する四角形

円に内接する四角形では

- (1) 対角の和は  $180^\circ$  である。
- (2) 外角は, それと隣り合う内角の対角に等しい。



▶check 59 右の図で, 角  $\theta$  を求めよ。



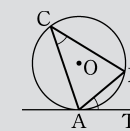
60. 四角形が円に内接する条件

次の (1), (2) のいずれかが成り立つ四角形は円に内接する。

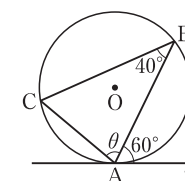
- (1) 1 組の対角の和が  $180^\circ$  である。
- (2) 1 つの外角が, それと隣り合う内角の対角に等しい。

61. 接線と弦のつくる角 (接弦定理)

円の接線とその接点を通る弦のつくる角は, その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。

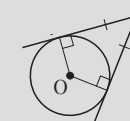


▶check 61 右の図で,  $AT$  は円の接線,  $A$  は接点である。角  $\theta$  を求めよ。

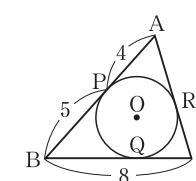


62. 接線の長さ

円外の 1 点からその円に引いた 2 本の接線において, その点から 2 つの接点までの距離は等しい。



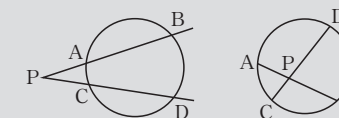
▶check 62 右の図で, 円  $O$  は  $\triangle ABC$  の内接円で, 点  $P, Q, R$  は接点である。辺  $AC$  の長さを求めよ。



63. 方べきの定理

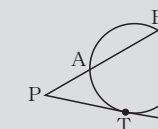
- (1) 点  $P$  を通る 2 直線が, 円  $O$  とそれぞれ 2 点  $A, B$  と 2 点  $C, D$  で交わるとき

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

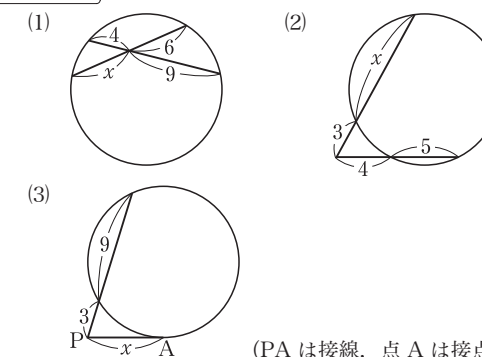


- (2) 点  $P$  を通る 2 直線の一方が円  $O$  と 2 点  $A, B$  で交わり, もう一方が点  $T$  で接するとき

$$PA \cdot PB = PT^2$$



▶check 63 下の図で,  $x$  を求めよ。



( $PA$  は接線, 点  $A$  は接点)